

THIẾT KẾ CÁC TÌNH HUỐNG DẠY HỌC NỘI DUNG TÍCH PHÂN NHẪM BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 12

Phạm Thị Trân Châu*, Trần Lê Nam*, Phạm Sỹ Nam**

* Trường Đại học Đồng Tháp

** Trường Đại học Sài Gòn

Tóm tắt: Toán học mang lại nhiều cơ hội để phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh. Kỹ năng này cho phép học sinh chuyển các tình huống thực tế thành các mô hình toán học, qua đó rèn luyện khả năng phân tích, giải thích và ứng dụng kiến thức toán học để giải quyết các vấn đề thực tiễn. Trong chương trình Giải tích lớp 12, tích phân là một chủ đề quan trọng với nhiều ứng dụng trong đời sống và tiềm năng lớn để phát triển tư duy kỹ mô hình hóa. Tích phân không chỉ cung cấp công cụ để tính toán diện tích và thể tích mà giúp hình thành tư duy mô hình hóa thông qua việc xây dựng hàm số từ bối cảnh thực tiễn, xác định khoảng tích phân và diễn giải kết quả. Bài báo đề xuất tình huống dạy học tích phân nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học ở học sinh trung học phổ thông.

Từ khóa: Tích phân; Năng lực mô hình hóa toán học

DESIGNING TEACHING SCENARIOS ON INTEGRAL CONTENT TO DEVELOP MATHEMATICAL MODELING COMPETENCE FOR 12TH GRADE STUDENTS

Pham Thi Tran Chau*, Tran Le Nam*, Pham Sy Nam**

*Dong Thap University

**Saigon University

Abstract: Mathematics offers numerous opportunities for developing students' mathematical modeling competence. This skill allows students to transform real-life situations into mathematical models, fostering their ability to analyze, interpret, and apply mathematical knowledge to solve practical problems. In Grade 12 Calculus, integration is a key topic with significant real-world applications and great potential for enhancing modeling skills. It not only provides tools for calculating areas and volumes but also develops modeling thinking by constructing functions from contexts, identifying integration intervals, and interpreting results. This paper proposes teaching strategies for integration to develop mathematical modeling competence in high school students.

Keyword: Integration; Mathematical Modeling Competence

Nhận bài: 05/06/2025

Phản biện: 09/07/2025

Duyệt đăng: 13/07/2025

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong bối cảnh giáo dục Việt Nam đang chuyển mình mạnh mẽ, việc phát triển năng lực người học đã trở thành kim chỉ nam cho mọi đổi mới, được khẳng định rõ nét trong chương trình giáo dục phổ thông hiện hành. Giáo dục không còn đơn thuần là truyền thụ tri thức, mà tập trung bồi dưỡng các năng lực cốt lõi, giúp học sinh (HS) chủ động thích ứng và giải quyết hiệu quả các vấn đề trong thực tiễn. Mục tiêu Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018 đã khẳng định “Hình thành và phát triển năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.”

Trong đó, năng lực mô hình hóa toán học giúp cho HS có khả năng chuyển hóa các tình huống từ đời sống thực tiễn thành các bài toán toán học, từ đó tìm ra lời giải và diễn giải kết quả. Đây là năng lực không chỉ hình thành tư duy ứng dụng mà còn

phát triển kỹ năng phân tích tổng hợp và khả năng liên kết tri thức toán học với thế giới xung quanh.

Việc thiết kế các tình huống dạy học theo hướng phát triển năng lực mô hình hoá toán học nội dung tích phân lớp 12 dựa trên chương trình Giáo dục phổ thông 2018 là rất cần thiết trong dạy học môn Toán trung học phổ thông.

II. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Năng lực mô hình hoá toán học

Theo chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 (Bộ Giáo dục và Đào tạo 2018B) các thể hiện của năng lực mô hình hoá toán học cấp trung học phổ thông gồm:

Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn.

Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.

Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa,

phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hoá, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết tổng quát hoá,...) để đưa đến những bài toán giải được.

2.2. Tình huống dạy học khái niệm

Theo tác giả Nguyễn Bá Kim (2004): “Tình huống dạy học là tình huống mà vai trò của giáo viên (GV) được thể hiện tường minh với mục tiêu để HS học tập một tri thức nào đó”. Trong đó GV định hướng cho HS qua việc đưa ra các yêu cầu đòi hỏi HS giải quyết vấn đề, ở đó GV và HS là chủ thể còn khách thể là những vấn đề được GV đưa ra.

Theo các tác giả Đỗ Đ. Thái và cs. (2018) tình huống dạy học khái niệm toán học được thực hiện như sau: Trải nghiệm => Hình thành định nghĩa, khái niệm => Củng cố => Vận dụng.

Tác giả đề xuất quy trình thiết kế tình huống dạy học chủ đề tích phân nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học như sau:

Bước 1: Xác định mục tiêu

Giáo viên xác định mục tiêu bài học dựa trên Công văn 5512, bao gồm kiến thức, phẩm chất và năng lực học sinh cần đạt. Tuy nhiên, khi thiết kế tình huống phát triển năng lực mô hình hóa toán học, giáo viên cần tập trung vào việc lựa chọn nội dung kiến thức phù hợp, có tiềm năng gắn với thực tiễn. Mục tiêu tình huống cần làm rõ: học sinh tiếp thu được kiến thức gì, năng lực mô hình hóa được phát triển như thế nào, năng lực hỗ trợ nào được hình thành thêm, và khả năng vận dụng kiến thức vào thực tế ra sao.

Bước 2: Xác định vốn kiến thức của học sinh

Trước khi xây dựng tình huống, giáo viên cần đánh giá vốn kiến thức, kỹ năng và kinh nghiệm thực tiễn mà học sinh đã có. Đây là cơ sở quan trọng để thiết kế hoạt động học phù hợp với trình độ nhận thức, giúp học sinh huy động được kiến thức nền tảng để tiếp nhận tri thức mới một cách chủ động. Cách tiếp cận này tránh dạy học áp đặt, phát huy tính tích cực và sáng tạo của học sinh.

Bước 3: Thiết kế nội dung hoạt động

Bao gồm 4 giai đoạn: (i) Trải nghiệm với bài toán thực tiễn để khơi gợi hứng thú và định hướng tư duy mô hình hóa; (ii) Hình thành kiến thức mới qua hoạt động khám phá có định hướng; (iii) Củng cố kiến thức bằng hệ thống bài tập đa dạng, gần thực tiễn; (iv) Vận dụng kiến thức vào tình huống thực tế, dự án học tập, qua đó rèn luyện năng lực mô hình hóa và kỹ năng giải quyết vấn đề.

2.3. Ví dụ minh họa “Thiết kế tình huống dạy học khái niệm tích phân”

Bước 1: Xác định mục tiêu dạy học của tình huống

i) Kiến thức

Nhận biết được khái niệm tích phân.

Mô tả mối liên hệ giữa tích phân và diện tích hình thang cong.

Tính tích phân trong những trường hợp đơn giản.

Vận dụng tích phân để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

ii) Năng lực

Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học:

Thiết lập được mô hình toán học: Biết phân tích tình huống thực tế (ví dụ: thiết kế công trại, cửa, thiệp,...) và chuyển hoá thành mô hình toán học bằng: hình vẽ minh họa hình học, biểu thức hàm số mô tả đường cong, công thức tính gần đúng hoặc chính xác diện tích.

Giải quyết được các vấn đề toán học trong mô hình: Tính được diện tích hình phẳng bằng cách chia nhỏ phần cong thành nhiều hình chữ nhật. Vận dụng định nghĩa tích phân để tính diện tích chính xác.

Lí giải được tính đúng đắn của lời giải: Nhận biết được việc chia càng nhiều hình chữ nhật càng giúp kết quả tính gần đúng sát với giá trị thực tế. Tìm cách đưa tình huống thực tế về dạng có thể giải bằng công cụ toán học đã học.

Tình huống còn góp phần bồi dưỡng năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh.

iii) Phẩm chất

Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.

Bước 2: Xác định vốn kiến thức sẵn có của học sinh

Kiến thức về nguyên hàm, diện tích hình chữ nhật.

Kiến thức về hệ tọa độ Oxy, phương trình parabol, phần mềm vẽ như Geogebra, Desmos,...

Bước 3: Thiết kế và tổ chức hoạt động dạy học

Hoạt động 1. Trải nghiệm

i) Mục tiêu

Gợi mở, kết nối học sinh vào bài tích phân xác định thông qua hoạt động trải nghiệm thực tiễn.

ii) Thiết bị dạy học và học liệu:

Đối với GV: Sách giáo khoa, mẫu thiệp minh họa, bài trình chiếu.

Đối với HS: Sách giáo khoa, đồ dùng học tập,

máy tính cầm tay, giấy bìa làm thiệp, kéo, bút chì, thước, bút màu, keo, hoa khô và ruy băng trang trí.

iii) Tổ chức thực hiện

Giáo viên giới thiệu tình huống thực tiễn:

Nhân dịp kỷ niệm Ngày Nhà giáo Việt Nam 20/11, Đoàn trường tổ chức cuộc thi thiết kế thiệp chúc mừng với quy định: Diện tích mặt chính của tấm thiệp không được vượt quá 20cm^2 . Lớp 12A12 quyết định thiết kế tấm thiệp có đường viền phía trên tạo hình sóng nước nghệ thuật.

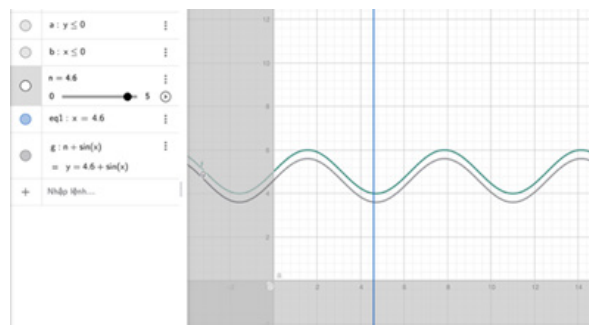
GV đặt câu hỏi gợi mở:

Nếu phần trên là đường cong, thì làm sao tính được diện tích tấm thiệp?

Nêu cách tính diện tích tấm thiệp có chiều rộng 1cm và xác định chiều dài mỗi hình chữ nhật là giá trị của hàm $f(x)$ tại từng điểm tương ứng.

Tổng quát lên nếu chiều rộng hình chữ nhật là Δx thì diện tích

GV vẽ mô hình thiệp trên Geogebra tạo thành trượt cho HS trải nghiệm sau đó đặt câu hỏi:



Hình. Mô phỏng tấm thiệp trên Geogebra

Nếu chia các hình chữ nhật nhỏ hơn (ví dụ 0,5cm thay vì 1 cm), thì kết quả diện tích tấm thiệp có chính xác hơn không?

HS chia thành 4 nhóm đọc và quan sát hoạt động làm thiệp. Các nhóm mô phỏng thiệp và trả lời câu hỏi:

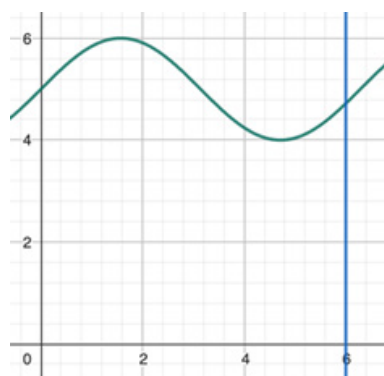
Chia nhỏ phần cong thành nhiều hình chữ nhật

và tính tổng các hình chữ nhật đó.

$$+S \approx f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) = \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

$$+S \approx f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + \dots + f(x_n) \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$$

HS tự mô phỏng thiệp trên Geogebra.



Hình. HS tự mô phỏng tấm thiệp

Nếu chia các hình chữ nhật nhỏ hơn thì tổng các diện tích hình chữ nhật sẽ tiến đến giá trị chính xác diện tích của tấm thiệp.

HS đại diện nhóm báo cáo kết quả thảo luận, nhận xét kết quả của nhóm bạn.

GV nhận xét, kết luận về kết quả báo cáo của các nhóm.

iv) Cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học

Thông qua hoạt động, HS có cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học, thể hiện ở việc:

Thiết lập được mô hình toán học: HS biết cách

chia phần cong thành nhiều hình chữ nhật, HS biết ước lượng được diện tích phần dưới đường cong có công thức

$$S \approx f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + \dots + f(x_n) \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$$

Giải thích được rằng: Khi chia tấm thiệp thành các hình chữ nhật và tính tổng diện tích của các hình chữ nhật cũng chính là diện tích gần đúng của toàn bộ phần dưới đường cong. Càng chia nhỏ kết quả càng chính xác hơn.

Lý giải được rằng: Việc chia nhỏ các hình chữ nhật giúp kết quả tính diện tích càng gần đúng

hơn với thực tế - là cơ sở để HS tiếp cận khái niệm tích phân.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm tích phân

i) *Mục tiêu*

HS nhận biết được ý nghĩa diện tích dưới một đường cong, hiểu khái niệm tích phân góp phần bồi dưỡng năng lực mô hình hoá toán học cho HS.

ii) *Thiết bị dạy học và học liệu:*

Đối với GV: Sách giáo khoa, bài trình chiếu.

Đối với HS: Sách giáo khoa, đồ dùng học tập, máy tính cầm tay.

iii) *Tổ chức thực hiện*

GV dẫn dắt từ hoạt động trải nghiệm: “Ở hoạt động trước, các em đã ước lượng diện tích phần cong bằng cách chia thành các hình chữ nhật nhỏ. Vậy nếu muốn tính chính xác diện tích dưới một đường cong thì phải làm thế nào?”

GV đặt câu hỏi dẫn dắt: Giả sử mép thiếp là một đường cong hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tính diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$; $x=b$.

GV nhận xét, chuẩn hóa kiến thức về định nghĩa tích phân, HS ghi nhận định nghĩa tích phân.

HS thảo luận nhóm đôi trả lời câu hỏi.

Diện tích dưới đường cong từ $x=a$ đến $x=b$

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

GV yêu cầu HS khái quát khái niệm tích phân và đọc lại khái niệm.

HS khái quát khái niệm tích phân và đọc lại khái niệm.

iv) *Cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học*

Thông qua hoạt động, HS có cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hoá toán học, thể hiện ở việc:

Thiết lập mô hình toán học: HS biết biểu diễn diện tích dưới đường cong bằng biểu thức tổng quát

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

Giải thích được rằng tích phân là tổng giới hạn của các diện tích hình chữ nhật nhỏ, được tạo nên từ việc chia đoạn $[a;b]$ thành nhiều phần nhỏ có độ rộng Δx , chiều cao là giá trị của hàm số tại điểm lấy mẫu.

Lý giải được rằng: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ thì hiệu số $F(b)-F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Hoạt động 3: Hoạt động củng cố kiến thức

i) *Mục tiêu*

HS củng cố kiến thức về khái niệm tích phân, hiểu được điều kiện áp dụng góp phần bồi dưỡng năng lực mô hình hoá toán học cho HS.

ii) *Thiết bị dạy học và học liệu:*

Đối với GV: Sách giáo khoa, bài trình chiếu.

Đối với HS: Sách giáo khoa, đồ dùng học tập, máy tính cầm tay.

iii) *Tổ chức thực hiện*

GV giao nhiệm vụ tình huống thực tiễn cho HS:

Trong dịp Tết, lớp 12A12 dự định thiết kế một công trại có hình mái vòm cong. Công trại rộng 2m, phần mái có độ cao nhất là 3m (tính từ mặt đất). Phần vòm cong có dạng parabol đối xứng qua trục tung. Tính diện tích phần mái vòm để làm biển trại.

HS chia thành các nhóm mỗi nhóm 6 HS. Các nhóm thảo luận bài toán.

Giả sử parabol có dạng

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Vì parabol đối xứng qua trục tung nên $b=0$

Parabol có đỉnh vòm là $(0;3)$, hai chân công là $(-1;0), (1;0)$

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -3x^2 + 3$$

$$S = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx = (-x^3 + 3x)|_{-1}^1 = (-1 + 3) - (-1 + 3) = 4m^2$$

Vậy diện tích phần mái vòm để làm biển trại là $4m^2$.

Các nhóm trình bày kết quả, các nhóm còn lại theo dõi và nhận xét kết quả của nhóm bạn.

GV nhận xét, chuẩn hóa kiến thức cho HS.

iv) *Cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học*

Thông qua hoạt động, HS có cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hoá toán học, thể hiện ở việc:

Thiết lập mô hình toán học: HS biết cách xây dựng hàm số mô tả mái vòm dựa vào điều kiện thực tế, xác định miền tích phân phù hợp và viết được biểu thức tích phân.

Giải thích mô hình: HS hiểu được rằng tích phân là các tính tổng diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành chính là diện tích phần vòm

mái cần tìm.

Lý giải được rằng việc tính toán sử dụng định nghĩa tích phân giúp giải quyết bài toán thực tế như thiết kế công, mái vòm,....

Hoạt động 4: Hoạt động vận dụng kiến thức đã học vào thực tiễn

i) Mục tiêu

HS vận dụng kiến thức định nghĩa tích phân để giải quyết bài toán thực tế, góp phần bồi dưỡng năng lực mô hình hoá toán học cho HS.

ii) Thiết bị dạy học và học liệu:

Đối với GV: Sách giáo khoa, mẫu thiếp minh họa, bài trình chiếu.

Đối với HS: Sách giáo khoa, đồ dùng học tập, máy tính cầm tay, giấy bìa làm thiếp, kéo, bút chì, thước, bút màu, keo, hoa khô và ruy băng trang trí.

iii) Tổ chức thực hiện

GV giao nhiệm vụ tình huống thực tế cho HS:

Nhà bạn Minh cần làm một cánh cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol.

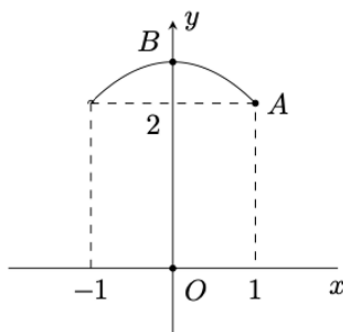
Biết các kích thước $a=2,5m, b=0,5m, c=2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để làm cửa là bao nhiêu

GV hướng dẫn HS xác định diện tích phần mái và tính chi phí làm cửa.

HS chia thành các nhóm mỗi nhóm 6 HS. Các nhóm thảo luận bài toán.

Gọi parabol có dạng

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$



Hình. Hình vẽ trong (Oxy) để mô tả cánh cửa Parabol có đỉnh là A(0;2,5), đi qua B(0;2,5)

$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 2,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = 0 \\ c = 2,5 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -0,5x^2 + 2,5$$

Diện tích cái cửa là:

$$S = \int_{-1}^1 (-0,5x^2 + 2,5) dx = \left(-\frac{x^3}{6} + 2,5x \right) \Big|_{-1}^1 = \left(-\frac{1}{6} + 2,5 \right) - \left(-\frac{1}{6} - 2,5 \right) = \frac{14}{3} m^2$$

Vậy số tiền để làm cửa là $14/3 \times 1000000 = 14/3$ triệu đồng.

HS các nhóm đại diện trình bày kết quả của nhóm, các nhóm còn lại theo dõi và nhận xét kết quả của nhóm bạn.

GV nhận xét, chuẩn hóa kiến thức cho HS.

GV cho HS tiếp tục thực hiện hoạt động trải nghiệm: Gợi ý cho HS một số hàm số có dạng sóng nước (hàm sin, hàm cos,...). Yêu cầu các nhóm về nhà thực hiện hoạt động trên.

HS về nhà thực hiện.

iv) Cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học

Thông qua hoạt động, HS có cơ hội bồi dưỡng năng lực mô hình hoá toán học, thể hiện ở việc: Thiết lập được mô hình hoá toán học cho tình huống thực tế: HS xác định hình dạng thực tế (cửa, parabol), chuyển thành biểu thức hàm số, và thiết lập biểu thức tích phân tương ứng. Giải thích được rằng diện tích phần cong được biểu diễn bằng giá trị của tích phân xác định và có thể áp dụng vào tính chi phí thực tế. Lý giải được toán học giúp tính toán thiết kế tối ưu, vừa đảm bảo đúng kỹ thuật, vừa tiết kiệm chi phí.

III. KẾT LUẬN

Từ thiết kế tình huống dạy, có thể thấy rằng việc tổ chức dạy học theo định hướng phát triển năng lực, đặc biệt là năng lực mô hình hoá toán học, không chỉ giúp HS hiểu sâu kiến thức toán học mà còn nâng cao khả năng tư duy, sáng tạo và vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Các tình huống học tập gắn với bối cảnh thực tế như thiết kế thiếp chúc mừng, xây dựng công trại, làm cửa,... đã tạo cơ hội để HS tiếp cận khái niệm tích phân một cách tự nhiên, qua đó từng bước hình thành và phát triển năng lực mô hình hoá toán học. Bên cạnh đó, việc thực hiện các hoạt động học tập đa dạng như trải nghiệm, khám phá, thảo luận nhóm, vận dụng vào thực tiễn,... còn giúp HS phát triển các năng lực khác như giao tiếp toán học, tư duy và lập luận, giải quyết vấn đề và phẩm chất cá nhân như trung thực, trách nhiệm. Việc thiết kế tình huống dạy học tích hợp nội dung kiến thức với thực tiễn không những góp phần thực hiện hiệu quả chương trình giáo dục phổ thông 2018, mà còn khẳng định vai trò quan trọng của môn Toán trong việc phát triển toàn diện phẩm chất và năng lực học sinh.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018A). Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể. Hà Nội
- [2]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018B). Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán. Hà Nội
- [3]. Đỗ Đức Thái, Đỗ Tiến Đạt, Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Phạm Sỹ Nam, Vũ Đình Phụng, Nguyễn Thị Kim Sơn, Vũ Phương Thủy, Trần Quang Vinh (2020). Dạy học phát triển năng lực môn Toán. NXB Đại học sư phạm.
- [4]. Nguyễn Bá Kim (2015). Phương pháp dạy học môn Toán. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [5]. Trần Nam Dũng (Tổng chủ biên), Trần Đức Huyền, Nguyễn Thành Anh (đồng chủ biên), Vũ Như Thư Hương, Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy. Sách giáo khoa Toán 12, Tập 2. NXB Giáo dục Việt Nam