

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY VÀ LẬP LUẬN TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 8 TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “HẰNG ĐẲNG THỨC VÀ ỨNG DỤNG”

Nguyễn Dương Hoàng¹ và Huỳnh Thiện Khiêm^{2,3}

¹ Khoa Sư phạm Toán – Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

² Tổ Toán, Trường Trung học cơ sở và trung học phổ thông Minh Thuận, Việt Nam

³ Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

Tóm tắt: Năng lực tư duy và lập luận toán học (NLTD&LLTH) là một trong những năng lực cốt lõi cần được phát triển cho học sinh. Việc phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh không chỉ giúp ích cho việc học toán mà còn góp phần giải quyết các vấn đề trong thực tiễn đời sống. Dựa trên phân tích tài liệu lý luận, giáo dục môn toán liên quan đến năng lực, năng lực toán học và dựa vào thực tế dạy học ở trường phổ thông về chủ đề Hằng đẳng thức và ứng dụng; bài viết đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh lớp 8 trong dạy học chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng”, góp phần nâng cao chất lượng dạy học toán ở trường trung học phổ thông.

Từ khóa: Hằng đẳng thức, Năng lực tư duy và lập luận, Ứng dụng.

SOME MEASURES TO DEVELOP MATHEMATICAL THINKING AND REASONING SKILLS FOR GRADE 8 STUDENTS IN TEACHING THE TOPIC “IDENTITIES AND THEIR APPLICATIONS”

Nguyen Duong Hoang¹ and Huynh Thien Khiem^{2,3}

¹ Faculty of Mathematics and Informatics Education, School of Education, Dong Thap University, Vietnam

² Mathematics Department, Minh Thuan Secondary and High School, Vietnam

³ Dong Thap University, Vietnam

Abstract: Mathematical thinking and reasoning ability is one of the core abilities that need to be developed for students. Developing mathematical thinking and reasoning ability for students not only helps in learning mathematics but also contributes to solving problems in real life. Based on the analysis of theoretical documents, mathematics education related to competence, mathematical ability and based on the reality of teaching in high schools on the topic of Equality and application; the article proposes some measures to develop mathematical thinking and reasoning ability for 8th grade students in teaching the topic “Equality and application”, contributing to improving the quality of mathematics teaching in high schools.

Keywords: Equality, Thinking and reasoning ability, Application.

Nhận bài: 06/06/2025

Phản biện: 05/07/2025

Duyệt đăng: 09/07/2025

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Mục tiêu của chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018. (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018b) khẳng định: “Giáo dục toán học góp phần hình thành và phát triển cho học sinh các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học - biểu hiện tập trung của năng lực tính toán với các thành phần sau: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giải quyết vấn đề toán học, giao tiếp toán học, sử dụng các công cụ và phương tiện học toán; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn”.

Như vậy, năng lực tư duy và lập luận toán học được coi là một trong những năng lực cốt lõi cần được hình thành và phát triển cho học sinh (HS) trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Phát triển tốt cho học sinh năng lực này sẽ giúp các em thực hiện tốt các thao tác tư duy, biết phân tích và lập luận một cách hợp lý, chặt chẽ khi giải quyết

bài toán. Trong chương trình giáo dục phổ thông môn toán, nội dung chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng” là một nội dung cơ bản và quan trọng trong chương trình toán lớp 8. Thực tiễn dạy học cho thấy, nhiều HS còn bộc lộ những hạn chế về năng lực tư duy và lập luận toán học, chưa linh hoạt trong hướng suy nghĩ khi gặp trở ngại, các em quen với kiểu suy nghĩ rập khuôn, áp dụng máy móc những gì đã biết để giải quyết các vấn đề mới, chưa tìm được tính độc đáo trong quá trình tìm lời giải bài toán.

Trong bài viết này tác giả đề xuất một số biện pháp góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho HS trong dạy học chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng”.

II. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Năng lực tư duy và lập luận toán học

Theo chương trình giáo dục phổ thông tổng thể (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018a), “Năng lực là

thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tổ chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác nhau như hứng thú, niềm tin, ý chí, ... thực hiện thành công một loạt hành động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể”.

Theo chương trình giáo dục môn Toán 2018 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018b); các tiêu chí, biểu hiện của năng lực tư duy và lập luận toán học thể hiện qua việc thực hiện được các hành động: So sánh; phân tích; tổng hợp; đặc biệt hóa, khái quát hóa; tương tự; quy nạp; diễn dịch. Chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận. Giải thích hoặc điều chỉnh cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học. Từ những tiêu chí, biểu hiện trên phần nào giúp giáo viên (GV) hình dung ra con đường phát triển năng lực cho từng cấp học và để đảm bảo mang lại kết quả đáng mong đợi cho người học sau khi kết thúc việc học ở mỗi lớp học.

2.2. Một số biểu hiện của năng lực tư duy và lập luận toán học của học sinh trong chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng”

2.2.1. Nội dung chủ đề

Chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng” đều được đề cập ở cả bốn bộ sách Toán 8. Riêng bộ sách kết nối tri thức với cuộc sống gồm các nội dung:

Hiệu hai bình phương, Bình phương một tổng, bình phương một hiệu.

Lập phương một tổng, lập phương một hiệu.

Tổng và hiệu hai lập phương.

Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách đặt nhân tử chung, dùng hằng đẳng thức, nhóm hạng tử.

Đây là những kiến thức được xây dựng từ kiến thức cơ sở nền tảng là nhân đa thức với đa thức, do đó học sinh có thể giải thích chứng minh được nội dung kiến thức mới bằng những suy luận có căn cứ vì vậy nội dung này có nhiều cơ hội để bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học cho HS.

2.2.2. Biểu hiện năng lực tư duy và lập luận toán học của học sinh

Căn cứ vào nội dung, yêu cầu cần đạt của chủ đề Hằng đẳng thức và ứng dụng - Toán 8, Các thể hiện của NLTD&LLTH trong dạy học toán. Tác giả xác định các biểu hiện về NLTD&LLTH của HS trong dạy học chủ đề Hằng đẳng thức và ứng dụng - Toán 8, như sau:

Biểu hiện 1: Học sinh thực hiện so sánh, phân tích tìm mối liên hệ giữa các kiến thức của chủ đề,

phát hiện đường lối giải; huy động kiến thức giải quyết vấn đề trong nội dung Hằng đẳng thức và ứng dụng ở những điểm sau:

HS phát hiện những hằng đẳng thức ẩn chứa trong các bài toán. Thực hiện vận dụng các kiến thức về đơn thức, đa thức... trong biến đổi đa thức về hằng đẳng thức.

Vận dụng linh hoạt các kiến thức liên quan đến hằng đẳng thức để giải quyết các bài toán trong chủ đề.

Biểu hiện 2: Thực hiện được việc lập luận hợp lí khi giải quyết vấn đề toán học trong nội dung chủ đề. Điều chỉnh cách thức giải quyết các vấn đề; tìm ra nhiều cách giải khác nhau của bài toán.

Trình bày lời giải của một bài toán chủ đề hằng đẳng thức và ứng dụng có căn cứ.

Tìm ra được nhiều cách giải bài toán (nếu có)

Biểu hiện 3: Phát hiện được sai lầm, cách sửa chữa sai lầm trong giải bài toán liên quan đến hằng đẳng thức và ứng dụng.

Các biểu hiện trên có mối quan hệ chặt chẽ với nhau, gắn liền với hoạt động học tập của HS trong học tập và vận dụng kiến thức chủ đề.

2.3. Một số biện pháp góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận cho học sinh trong dạy học chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng”

Trên cơ sở các biểu hiện của NL TD&LLTH của HS trong học tập chủ đề; cách thức phát triển năng lực, NL TD&LLTH được đề cập của các tác giả Đỗ & cs. (2018); Lê & Nguyễn (2020); tác giả đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học cho HS lớp 8 trong dạy học chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng” như sau:

2.3.1. Biện pháp 1: Tập cho học sinh phân tích, tổng hợp phát hiện vấn đề trong các nội dung của chủ đề “Hằng đẳng thức và ứng dụng”; huy động kiến thức để giải quyết vấn đề.

Mục đích của biện pháp: Biện pháp này nhằm tập luyện cho HS thực hiện phân tích, tổng hợp, phát hiện được vấn đề trong các tình huống học tập chủ đề, một thể hiện của NL TD&LLTH.

Cách thức thực hiện: GV lựa chọn hệ thống bài tập trong chủ đề Hằng đẳng thức và ứng dụng Hướng dẫn HS phân tích, tổng hợp, so sánh... tìm lời giải bài toán; Tạo cơ hội cho HS tranh luận, phản biện, sàng lọc để đưa ra cách giải quyết vấn đề một cách hợp lí nhất.

Ví dụ 1: Cho $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tính $A = a^4 + b^4 + c^4$

Bảng 1: Bảng mô tả hoạt động của GV và dự kiến hoạt động của HS trong Ví dụ 1

Hoạt động của GV	Dự kiến hoạt động của HS
GV gọi HS đọc yêu cầu và tóm tắt bài toán.	HS đọc bài toán Giả thiết (1): $a + b + c = 0$ Giả thiết (2): $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ Tính $A = a^4 + b^4 + c^4$
GV cho HS nhắc lại hằng đẳng thức $(a + b + c)^2$	HS $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$
Từ giả thiết (2): $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ em có thể biến đổi như thế nào để được biểu thức có chứa $a^4 + b^4 + c^4$ Em hãy khai triển $(a^2 + b^2 + c^2)^2$ rồi rút ra biểu thức $a^4 + b^4 + c^4 = ?$ Khi đó $A = 196 - 2(a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2)$ Để tính được $a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2$ Ta cần dựa vào giả thiết nào của bài toán?	Bình phương hai vế $(a^2 + b^2 + c^2)^2 = 14^2$ $a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2a^2 + 2a^2c^2 = 196$ $A = a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2(a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2)$ (*) $a + b + c = 0$
Từ giả thiết (1): $a + b + c = 0$ có thể biến đổi như thế nào để được biểu thức có chứa $ab + bc + ac$? Dựa vào giả thiết (2): $a^2 + b^2 + c^2 = 14$, thì $ab + bc + ac = ?$ $(ab + bc + ac)^2 = ?$ Em có thể viết biểu thức $2a^2bc + 2ab^2c + 2abc^2$ ở dạng thu gọn bằng cách phân tích đa thức thành nhân tử. Dựa vào giả thiết (1): $a + b + c = 0$ thì $a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2 = ?$	HS: Bình phương hai vế $(a + b + c)^2 = 0$ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = 0$ $2ab + 2bc + 2ac = -14$ $ab + bc + ac = -7$ $(ab + bc + ac)^2 = (-7)^2$ $a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2 + 2a^2bc + 2ab^2c + 2abc^2 = 49$ $a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2 + 2abc(a + b + c) = 49$ $a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2 = 49$ Thay $a^2b^2 + b^2a^2 + a^2c^2 = 49$ vào (*) ta được: $A = 196 - 2.49 = 98$

Qua ví dụ trên, ngoài việc giúp HS huy động những kiến thức vào giải bài toán mà còn giúp học sinh linh hoạt trong việc vận dụng biến đổi hằng đẳng thức để từ giả thiết có được kết luận, từ đó học sinh phát triển được năng lực tư duy và lập luận toán học.

2.3.2. Biện pháp 2: Hướng dẫn cho học sinh trình bày lời giải bài toán có căn cứ; thực hiện điều chỉnh cách thức giải quyết vấn đề từ đó tìm ra nhiều giải khác nhau của bài toán.

Mục đích của biện pháp: Giúp HS biết lập luận để giải quyết vấn đề, biết xác định các căn cứ ở từng bước kết luận; tìm ra cách giải khác cho bài toán.

Cách thức thực hiện: GV lựa chọn các dạng bài tập có nhiều cách giải, xây dựng hệ thống câu hỏi gợi mở giúp HS xác định các giả thiết, kết luận của bài toán, xác định các căn cứ ở từng bước kết luận, phân tích giả thiết, kết luận để tìm ra nhiều cách giải khác nhau.

Ví dụ 2: Chứng minh rằng Nếu $a + b : 3$ thì $a^3 + b^3 : 9$

Bảng 2: Bảng mô tả hoạt động của GV và dự kiến hoạt động của HS trong Ví dụ 2

Hoạt động của GV	Dự kiến hoạt động của HS
GV: Giới thiệu bài toán, yêu cầu HS nêu giả thiết, kết luận.	HS tìm hiểu bài toán Giả thiết $a + b : 3$ Kết luận $a^3 + b^3 : 9$
Từ giả thiết và kết luận, xét xem giữa $a + b$ và $a^3 + b^3$ có liên quan đến hằng đẳng thức nào?	Hằng đẳng thức $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Theo giả thiết $(a + b) : 3$ để chứng minh $a^3 + b^3 : 9$, cần chứng minh gì?	Chứng minh $(a^2 - ab + b^2) : 3$

Hãy điền biểu thức thích hợp vào dấu “?” $a^2 - ab + b^2 = (a + b)^2 - ?$	Chứng minh $(a^2 - ab + b^2) : 3$
Biểu thức $(a + b)^2 - 3ab$ có chia hết cho 3 không? Đó là một cách chứng minh	$(a + b)^2 - 3ab$ chia hết cho 3 vì $(a + b)$ chia hết cho 3 và $3ab$ cũng chia hết cho 3.
Hãy phân tích giả thiết để tìm xem còn cách chứng minh khác Từ $a + b : 3$ nên $a + b = 3k$ Em hãy rút a từ biểu thức trên Thay vào biểu thức $a^3 + b^3$	Từ $a + b = 3k$ suy ra $a = 3k - b$ $(3k - b)^3 + b^3$
Khai triển rồi thu gọn biểu thức $(3k - b)^3 + b^3$ lập luận xem biểu thức thu gọn có chia hết cho 9 không?	$(3k - b)^3 + b^3$ $= 27k^3 - 27k^2b + 9kb^2$ Biểu thức này chia hết cho 9

Việc giúp HS trình bày lời giải có căn cứ không chỉ giúp HS củng cố lại kiến thức mà còn giúp các em bày bài giải một cách chặt chẽ, có hệ thống. Việc giải bài toán bằng nhiều cách giúp HS hiểu rõ hơn về bản chất của bài toán, rèn luyện khả năng phân tích các yếu tố của bài toán tìm các phương pháp giải khác nhau để tìm ra cách tiếp cận tối ưu. Từ đó HS phát triển được năng lực tư duy và lập luận toán học.

2.3.3. Biện pháp 3: Tổ chức cho học sinh phát hiện sai lầm và hướng dẫn học sinh sửa chữa sai lầm trong giải bài tập chủ đề Hằng đẳng thức và ứng dụng.

Mục đích của biện pháp: Mục đích của biện pháp là:

Củng cố kiến thức đã học và giúp HS áp dụng hiệu quả kiến thức đó vào việc giải bài tập chủ đề

Qua đó, các em sẽ hình thành thói quen tự kiểm tra và điều chỉnh bài làm của mình để đạt được độ chính xác cao hơn.

Cách thức thực hiện: GV đưa ra các tình huống lời giải của một bài toán mà trong lời giải bài toán ấy sai lầm và yêu cầu HS phát hiện sai lầm, phân tích nguyên nhân sai lầm, sửa chữa sai lầm nêu cách giải đúng.

Ví dụ 3: Khi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (x^2 + 1)^2 + 4$, một bạn HS lớp 8A đã giải như sau:

Vì $(x^2 + 1)^2$ nên $A \geq 4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng 4.

Hãy phát hiện chỗ sai trong bài giải, tìm nguyên nhân sai và sửa lại cho đúng.

HS: Trong bài giải trên bạn đã sai lầm khi lập luận Vì $(x^2 + 1)^2 \geq 0$ nên: $A \geq 4$ rồi kết luận giá trị nhỏ nhất của A bằng 4 mà quên rằng A không thể bằng 4. Vì $(x^2 + 1)^2 \geq 0$ không thể bằng không. Do đó không có giá trị nào của x để giá trị của A bằng 4.

GV: Em hãy nêu nguyên nhân dẫn đến sai lầm trong bài giải?

HS: Chỉ ra được nguyên nhân sai

Theo thói quen trong quá trình tư duy và suy luận “Bình phương của một số luôn dương” nên cho rằng $(x^2 + 1)^2 \geq 0$ là chưa chính xác.

Khi kết luận giá trị nhỏ nhất của A là 4 mà quên không kiểm tra điều kiện để $A = 4$.

GV: Em hãy sửa lại bài giải cho đúng.

HS: Sửa bài $A = (x^2 + 1)^2 + 4$
 $A = x^4 + 2x^2 + 5$

Do $x^4 \geq 0$ và $2x^2 \geq 0$. Do đó $A \geq 5$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng 5 khi $x = 0$

Trong ví dụ trên, giúp học sinh phát hiện được được sai lầm trong lập luận theo lối mòn quen thuộc, chỉ ra được nguyên nhân dẫn đến sai lầm, hoàn thành được bài giải bằng lập luận đơn giản. Từ đó giúp các em phát triển được năng lực tư duy và lập luận toán học.

III. KẾT LUẬN

Năng lực tư duy và lập luận toán học là một trong những năng lực cốt lõi đặc thù môn toán trong chương trình giáo dục phổ thông 2018. Để phát triển năng lực này trong dạy học chủ đề hằng đẳng thức và ứng dụng trước tiên cần xác định được những biểu hiện của năng lực tư duy và lập luận toán học trong chủ đề, từ đó lựa chọn các dạng bài tập, ví dụ và xây dựng được các

biện pháp phù hợp để giúp HS phát triển năng lực này. Những biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho HS lớp 8 trong dạy học chủ đề Hằng đẳng thức và ứng dụng nêu trên nếu được thực hiện một cách linh hoạt trong dạy học sẽ có hiệu quả trong phát triển NL TD&LLTH cho HS. Những biện pháp đề xuất có thể áp dụng cho những chủ đề khác của chương trình toán THCS.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể (Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT)*
- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn toán (Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT)*
- Đỗ, Đức Thái (Chủ biên)&Cs. (2018). *Dạy học phát triển năng lực môn Toán trung học cơ sở*. Hồ Chí Minh. NXB Đại học Sư phạm thành phố Hồ Chí Minh.
- Đỗ, Đức. Thái. (Tổng chủ biên) (2023). *Sách giáo khoa toán 8- Tập 1*. Bộ sách Cánh Diều. NXB Giáo dục Việt Nam
- Huỳnh, Văn. Dương. (2023). *Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh lớp 9 trong qua dạy học chủ đề phương trình bậc hai một ẩn*. Luận văn thạc sĩ khoa học giáo dục. Trường Đại học Đồng Tháp.
- Lê, Ngọc. Sơn. & Nguyễn Dương Hoàng. (2020). *Một số vấn đề lý luận về dạy học môn Toán*. Hà Nội NXB Giáo dục Việt Nam.
- Hà Huy Khoái. (Tổng chủ biên) (2023) *Sách giáo khoa toán 8 (Tập 1)*. Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống NXB Giáo dục Việt Nam.