

ỨNG DỤNG PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE TRONG MÔ HÌNH HÓA CÁC PHẦN TỬ MẠCH ĐIỆN

Trần Hải Yến

Khoa GDĐC, Trường ĐHSPKT Vinh

Tóm tắt: Phương pháp ứng dụng biến đổi Laplace trong mô hình hóa phần tử mạch điện cung cấp một cách tiếp cận hệ thống, chính xác và hiệu quả để: mô phỏng các phần tử mạch điện R, L, C (với điều kiện ban đầu), tính toán chuyển đổi mạch $\rightarrow$ hàm truyền... Việc này không chỉ tăng hiệu quả phân tích kỹ thuật mà còn là phương tiện đắc lực trong giảng dạy môn Phép biến đổi Laplace & phương pháp tính, lý thuyết mạch điện và hệ thống điều khiển.

Từ khóa: phép biến đổi Laplace, mô hình hóa, phần tử mạch điện

APPLICATION OF LAPLACE TRANSFORMATION IN MODELING ELECTRICAL CIRCUIT ELEMENTS

Tran Hai Yen

Faculty of General Education, Vinh University of Technology Education

Abstract: The application of the Laplace transformation method in modeling electrical circuit elements provides a systematic, accurate, and efficient approach for simulating R, L, and C components (with initial conditions), calculating circuit transformations, and deriving transfer functions. This method not only enhances the effectiveness of technical analysis but also serves as a powerful tool in teaching subjects such as Laplace Transform & Computational Methods, Circuit Theory, and Control Systems.

Keywords: Laplace transform, modeling, electrical circuit elements

Nhận bài: 20/06/2025

Phản biện: 20/07/2025

Duyệt đăng: 24/07/2025

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thực tế để giải các bài toán mạch điện, hay phân tích các hệ thống điều khiển tự động, đầu tiên chúng ta thường đi xây dựng mô hình của chúng (gọi là mô hình hóa mạch điện hay mô hình hóa hệ thống điều khiển tự động). Có hai phương pháp mô hình hóa đó là: Phương pháp lý thuyết và Phương pháp thực nghiệm. Tuy nhiên, trong thực tế phương pháp lý thuyết được sử dụng phổ biến hơn. Mô hình hóa bằng lý thuyết là đi từ các định luật cơ bản của vật lý và hóa học kết hợp với các thông số kỹ thuật của thiết bị công nghệ, kết quả đạt được có được là các phương trình vi phân và phương trình đại số.

II. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

Phép biến đổi Laplace, một công cụ rất mạnh để phân tích và giải mạch điện, được ứng dụng hiệu quả trong lĩnh vực Ngành điện. Chúng ta dùng phép biến đổi Laplace để biến đổi mạch từ miền thời gian sang miền tần số, tiếp theo giải bài toán và thu được nghiệm, sau đó áp dụng phép biến đổi Laplace ngược vào kết quả để biến đổi nó trở về miền thời gian, biến đổi Laplace có ý nghĩa quan trọng.

2.1. Định nghĩa phép biến đổi Laplace

Cho hàm số $f(t)$ xác định trên miền số thực R , phép biến đổi Laplace gọi tắt là biến đổi Laplace

của $f(t)$ được kí hiệu là $F(s)$ hoặc $L[f(t)]$, được định nghĩa bởi công thức

$$L[f(t)] = F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

trong đó s là một biến phức $s = \sigma + j\omega$. Phép biến đổi Laplace là một phép biến đổi tích phân của hàm $f(t)$ từ miền thời gian sang miền tần số phức, cho bởi $F(s)$.

2.2. Mô hình hóa một mạch điện

Để mô hình hóa mạch điện hay một hệ thống điều khiển thông thường chúng ta đi tìm cách mô hình hóa các thiết bị hay các phần tử có trong mạch điện và hệ thống điều khiển tự động đó, sau đó tùy thuộc vào các mối quan hệ của các biến vào/ra của các phần tử trong hệ thống và xây dựng các mối quan hệ đó thông qua các phương trình toán học để có được mô hình cho một mạng hay một hệ thống điều khiển tự động. Trong giới hạn bài viết này chúng ta sẽ thực hiện việc mô hình hóa các thiết bị và phần tử trong mạch điện và hệ thống điều khiển tự động. Việc này được thực hiện qua 4 bước:

Bước 1. Tìm hiểu nguyên tắc hoạt động của phần tử hay thiết bị điện trong mạng điện hay hệ thống điều khiển, từ đó xây dựng sơ đồ nguyên lý của chúng.

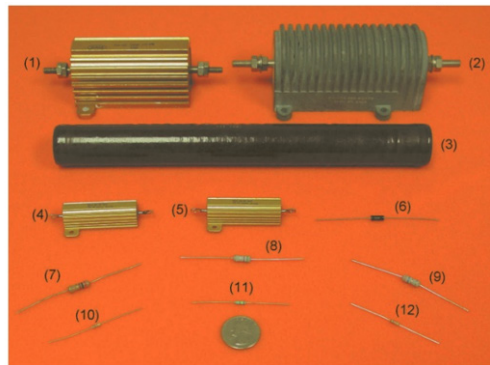
Bước 2. Chuyển các sơ đồ nguyên lý của các phần tử và thiết bị hệ thống về sơ đồ mạch điện tương đương trong miền thời gian.

Bước 3. Sử dụng phương trình vi phân để mô tả các phần tử mạng điện và thiết bị hệ thống điều khiển.

Bước 4. Áp dụng phép biến đổi Laplace để chuyển các phương trình vi phân về các phương trình đại số để có được mô hình của các phần tử và thiết bị.

Công việc đó sẽ được thực hiện cho các phần tử và thiết bị điện hình sau đây.

a. Điện trở:



Hình 1a)

Hình 1.(a) một số kiểu điện trở thực tế: (1), (2), và (3) là điện trở công suất cao. (4) và (5) là điện trở cố định công suất cao. (6) là điện trở có độ chính xác cao. (7) - (12) là các điện trở cố định có xếp hạng công suất khác nhau. (b) Ký hiệu cho một điện trở [5].

Nguyên lý hoạt động của điện trở được phát biểu thông qua định luật Ohm:

Mối quan hệ giữa điện áp và dòng điện trong miền thời gian được minh họa bằng phương trình:

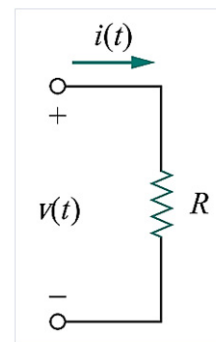
$$v(t) = Ri(t), \text{ với } R \geq 0$$

Thực hiện phép biến đổi Laplace, chúng ta nhận được mô hình toán của điện trở trên miền s.

$$V(s) = RI(s)$$

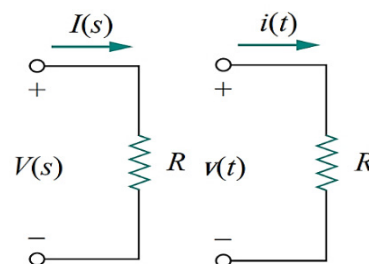
Mạch điện tương đương miền s của điện trở

Trong mạch điện phần tử chủ yếu là điện trở. Điện trở là một thiết bị vật lý có thể được mua với các giá trị tiêu chuẩn nhất định trong một cửa hàng linh kiện điện tử. Những điện trở này, được sử dụng trong nhiều ứng dụng điện khác nhau. Chế tạo điện trở thường là thành phần cacbon hoặc dây quấn. Ngoài ra, điện trở có thể được chế tạo bằng cách sử dụng oxit dày hoặc màng kim loại mỏng để sử dụng trong các mạch lai, hoặc chúng có thể được khuếch tán trong các mạch tích hợp bán dẫn. Một số điện trở rời điển hình được thể hiện trong Hình 1a. Điện trở được biểu diễn bằng ký hiệu trong hình 1b.



Hình 1b)

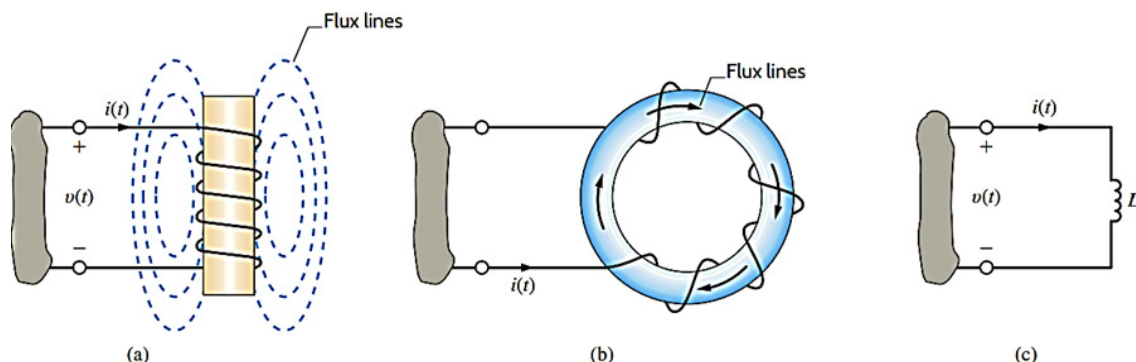
điện được thể hiện trong Hình 2



Hình 2. Mạch điện tương đương của điện trở ở miền thời gian (a) và ở miền s (b).

b. Cuộn cảm

Cuộn cảm là một phần tử mạch điện bao gồm một dây dẫn thường ở dạng cuộn dây. Hai cuộn cảm điển hình và ký hiệu điện của chúng được thể hiện trong Hình 3



Hình 3. Hai cuộn cảm và ký hiệu điện của chúng

Các cuộn cảm thường được phân loại theo loại lõi mà chúng được quấn trên đó. Ví dụ, vật liệu cốt lõi có thể là không khí hoặc bất kỳ vật liệu không từ tính nào, sắt hoặc ferit. Các cuộn cảm làm bằng không khí hoặc vật liệu không từ tính được sử dụng rộng rãi trong radio, truyền hình và mạch lọc. Cuộn cảm lõi sắt được sử dụng trong bộ nguồn và bộ lọc electrical. Cuộn cảm lõi ferit được sử dụng rộng rãi trong các ứng dụng tần số cao.

Để xây dựng mô hình toán học mà chúng ta sử dụng để biểu diễn cuộn cảm chúng ta bắt đầu từ nguyên lý của nó. Đầu tiên người ta chỉ ra rằng một vật dẫn mang dòng điện sẽ tạo ra từ trường.

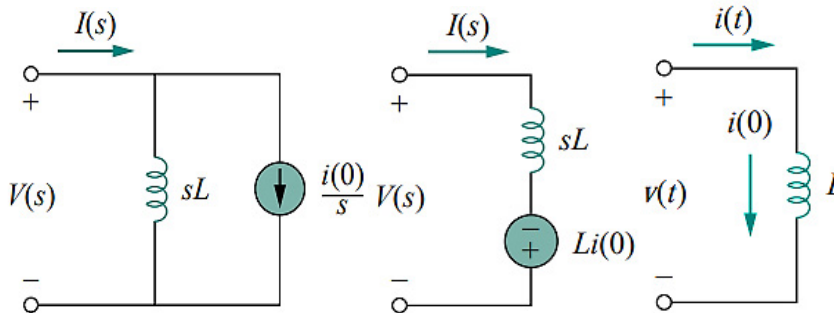
Sau đó người ta thấy rằng từ trường và dòng điện tạo ra nó có quan hệ tuyến tính với nhau. Cuối cùng, người ta chỉ ra rằng một từ trường thay đổi tạo ra một điện áp tỷ lệ với tốc độ thay đổi theo thời gian của dòng điện tạo ra từ trường, đó là,

$$v(t) = L(di(t)/dt)$$

Lấy phép biến đổi Laplace của cả hai bên ta có được mô hình toán của tụ điện trên miền s với các điều kiện đầu được bổ sung.

$$V(s) = L[sI(s) - i(0-)] = sLI(s) - Li(0-)$$

Mạch điện tương đương miền s của điện cảm được thể hiện trong Hình 5, trong đó điều kiện ban đầu được mô hình hóa như là một nguồn điện áp hoặc nguồn dòng điện.

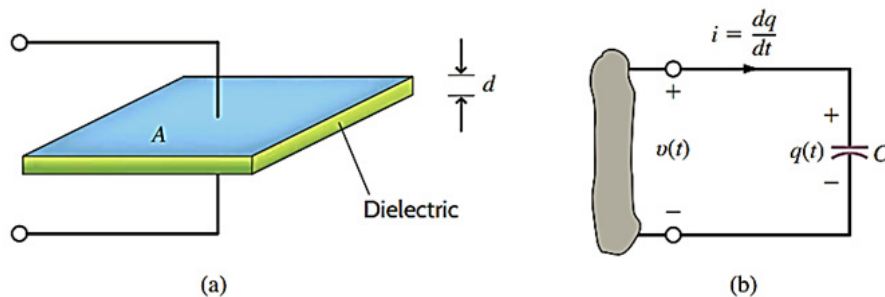


Hình 4. Biểu diễn một cuộn cảm: (a) miền thời gian, (b, c) miền s tương đương

c. Tụ điện

Tụ điện là một phần tử mạch điện bao gồm hai bề mặt dẫn điện ngăn cách nhau bằng vật liệu

không dẫn điện hoặc chất điện môi. Một tụ điện đơn giản hóa và ký hiệu điện của nó được thể hiện trong Hình 5



Hình 5. Một tụ điện và ký hiệu điện của nó

Có nhiều loại tụ điện khác nhau, và chúng được phân loại theo loại vật liệu điện môi được sử dụng giữa các bản dẫn điện. Mặc dù bất kỳ chất cách điện tốt nào cũng có thể hoạt động như một chất điện môi, nhưng mỗi loại có những đặc điểm làm cho nó phù hợp hơn cho các ứng dụng cụ thể.

Tụ điện bằng gốm được làm bằng bari titanat có tỷ lệ điện dung trên thể tích lớn vì hằng số điện môi của chúng cao. Các đầu xoắn điện môi bằng mica, thủy tinh và gốm sẽ hoạt động tốt ở tần số cao.

Tụ điện bằng nhôm, bao gồm một cặp bản nhôm được ngăn cách bởi chất điện phân hồ hàn the được làm ẩm, có thể cung cấp giá trị cao của điện dung tính bằng vôn nhỏ. Hình 7 cho thấy

nhiều loại tụ điện rời điển hình.

Giả sử bây giờ một nguồn được kết nối với tụ điện như hình 6; khi đó các điện tích dương sẽ chuyển sang bản này và các điện tích âm chuyển sang bản kia. Điện tích trên tụ điện tỷ lệ với hiệu điện thế trên tụ điện sao cho $q = Cv$.

Dòng điện qua tụ là

$$i = dq/dt$$

Mối quan hệ giữa điện áp và dòng điện của tụ trong miền thời gian được minh họa bằng phương trình:

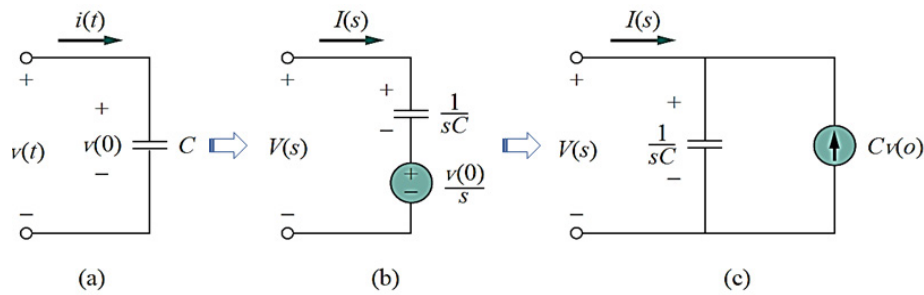
$$i(t) = C(dv(t)/dt)$$

trong đó C là hệ số tỷ lệ được gọi là điện dung của phần tử tính bằng farads.

Thực hiện phép biến đổi Laplace sang miền s

ta có được mô hình toán mô tả tụ điện như sau:

$$I(s) = C[sV(s) - v(0-)] = sCV(s) - Cv(0-)$$



Hình 6 Mạch điện tương đương trong miền s của một tụ điện

Với các tương đương miền s, phép biến đổi Laplace có thể được sử dụng để giải các mạch bậc nhất và bậc hai, chẳng hạn như các mạch mà chúng ta đã xem xét trong học phần lý thuyết mạch điện.

Nếu chúng ta giả sử các điều kiện ban đầu cho cuộn cảm và tụ điện bằng không, các phương trình ở trên được viết lại:

$$\text{Điện trở: } V(s) = RI(s)$$

$$\text{Điện cảm: } V(s) = sLI(s)$$

$$\text{Tụ điện: } V(s) = (1/sC)I(s)$$

Chúng ta định nghĩa kháng trở trong miền s là tỷ số giữa biến đổi điện áp và biến đổi dòng điện trong điều kiện ban đầu bằng không, nghĩa là:

$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)}$$

Do đó kháng trở của ba phần tử mạch điện là:

Điện trở: $Z(R) = R$, Điện cảm: $Z(L) = sL$; Tụ điện: $Z(C) = 1/sC$

Mạch điện tương đương trong miền s của một tụ điện được thể hiện ở Hình 6.

III. KẾT LUẬN

Phép biến đổi Laplace là công cụ không thể thiếu trong mô hình hóa các phần tử mạch điện, giúp đơn giản hóa quá trình phân tích, hỗ trợ thiết kế hệ thống chính xác, và là cầu nối quan trọng giữa miền thời gian và miền tần số. Việc sử dụng phép biến đổi Laplace trong mô hình hóa các phần tử mạch điện mang lại nhiều tác dụng quan trọng, giúp đơn giản hóa và nâng cao hiệu quả trong quá trình phân tích và thiết kế hệ thống điện. Phép biến đổi Laplace cho phép chuyển các phương trình vi phân (miêu tả các phần tử R, L, C) trong miền thời gian sang phương trình đại số trong miền Laplace (miền tần số). Nhờ đó, việc giải bài toán trở nên dễ dàng và nhanh chóng hơn, đặc biệt với các hệ tuyến tính, phân tích đáp ứng hệ thống, dễ dàng xử lý điều kiện ban đầu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Xuân Hăng (2009), *Cơ sở lý thuyết mạch*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [2]. Nguyễn Phùng Quang (2006), *Cơ sở tự động điều khiển*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [3]. Nguyễn Văn Hiệu (2018), *Toán kỹ thuật – Biến đổi Laplace và ứng dụng*, Trường Đại học Bách Khoa TP HCM.
- [4]. Lê Văn Doanh (2015), *Phân tích mạch điện bằng phương pháp biến đổi Laplace*, Tạp chí Khoa học & Công nghệ – ĐHBK Hà Nội.
- [5]. Nguyễn Thu Nhung, Trần Hải Yến (2022), *Đề cương bài giảng Phép biến đổi Laplace và phương pháp tính*, Trường ĐHSPTK Vinh