

DAY HỌC TOÁN ĐẠO HÀM TRONG PHÂN TÍCH KINH TẾ CHO SINH VIÊN ĐẠI HỌC THEO MÔ HÌNH LỚP HỌC ĐẢO NGƯỢC

Trần Thị Yến Ly

Khoa Hệ thống thông tin quản lý, Trường Đại học Tài chính Kế toán

Tóm tắt: Trong dạy học Toán cao cấp ở bậc đại học, mô hình lớp học đảo ngược được chứng minh là khắc phục được một số nhược điểm của dạy học truyền thống và có thể đưa chất lượng dạy học lên các thang nhận thức cao hơn trong thang Bloom. Trên cơ sở này, bài viết thiết kế quy trình dạy học nội dung Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế theo mô hình lớp học đảo ngược gồm 2 giai đoạn. Với thang đo Bloom gồm sáu cấp độ nhận thức, việc sử dụng mô hình dạy học này với cấu trúc hai giai đoạn, tạo cho sinh viên không gian và thời gian “không hạn chế” để phát triển kiến thức ở tất cả các cấp độ.

Từ khóa: toán cao cấp, toán đạo hàm, phân tích kinh tế, dạy học, trường đại học.

TEACHING DERIVATIVES IN ECONOMIC ANALYSIS FOR UNIVERSITY STUDENTS USING THE FLIPPED CLASSROOM MODEL

Tran Thi Yen Ly

Department of Management Information Systems, University of Finance and Accounting

Abstract: In teaching Advanced Mathematics at the university level, the flipped classroom model has been proven to overcome certain drawbacks of traditional teaching and can elevate the quality of instruction to higher levels of cognition on Bloom's taxonomy. Based on this foundation, the article designs a two-phase teaching process for the content of “Derivative Mathematics in economic analysis” using the flipped classroom model. With Bloom's taxonomy consisting of six levels of cognition, the use of this teaching model with a two-phase structure provides students with 'unlimited' space and time to develop knowledge at all levels.

Keywords: Advanced mathematics, derivative mathematics, economic analysis, teaching, university

Nhận bài: 08/11/2024

Phản biện: 29/11/2024

Duyệt đăng: 02/12/2024

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Toán đạo hàm rất cần thiết trong phân tích kinh tế để hiểu sự thay đổi của các biến kinh tế, các bài toán tối ưu hóa và phân tích cận biên nhằm nghiên cứu các hàm chi phí, tối đa hóa doanh thu và các hiện tượng kinh tế quan trọng khác (Chiang & Wainwright, 2005). Vì vậy, đối với sinh viên (SV) đại học (ĐH) khối ngành kinh tế, phương pháp giảng dạy dựa trên bài giảng truyền thống thường không cung cấp đủ thời gian và không gian cần thiết để SV hiểu đầy đủ bản chất kép của đạo hàm: vừa là khái niệm toán học, vừa là công cụ để phân tích kinh tế. Tính trừu tượng của đạo hàm, cùng với các ứng dụng thực tiễn của nó trong kinh tế và kinh doanh, đặt ra thách thức cho nhiều SV ĐH khi học tập nội dung này trong môn Toán cao cấp.

Trong bối cảnh đó, mô hình lớp học đảo ngược (LHĐN) cho phép khám phá toàn diện hơn mối quan hệ giữa toán học và kinh tế. Davies, Dean và Ball (2013) đã nghiên cứu việc sử dụng LHĐN trong việc giảng dạy các phương pháp định lượng trong kinh tế học và phát hiện rằng SV trong các LHĐN đạt kết quả cao hơn đáng kể trong các bài kiểm tra giải quyết vấn đề so với những SV trong lớp học truyền thống. Trong dạy học Toán giải tích, Talbert (2021) chứng minh rằng mô hình

LHĐN cải thiện khả năng giải quyết vấn đề của SV bằng cách cho phép họ chủ động tiếp cận với tài liệu và nhận phản hồi ngay lập tức trong giờ học. Hơn nữa, Seery (2015) nhận xét rằng mô hình LHĐN thúc đẩy nhận thức siêu việt, khi SV được khuyến khích suy ngẫm về quá trình học tập của mình và điều chỉnh chiến lược học tập. Zainuddin và Halili (2016) đã tổng hợp các tài liệu về LHĐN trong nhiều lĩnh vực khác nhau, nhấn mạnh hiệu quả thúc đẩy học tập chủ động và sự tham gia của SV. Kết quả nghiên cứu cho thấy rằng SV trong các LHĐN có động lực cao hơn và thể hiện hiệu suất học tập tốt hơn trong các môn học đòi hỏi kỹ năng phân tích và giải quyết vấn đề như toán học và phân tích kinh tế.

Vì vậy, việc áp dụng mô hình LHĐN vào dạy học Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế mang lại hiệu quả hơn. Tính linh hoạt của lớp học đảo ngược cung cấp cho SV “không gian và thời gian không giới hạn” để phát triển hiểu biết của mình qua các cấp độ của thang đo Bloom, từ việc ghi nhớ kiến thức cơ bản đến ứng dụng và phân tích nâng cao, đáp ứng được yêu cầu về cả sự nghiêm ngặt của toán học và tư duy kinh tế.

II. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Giai đoạn 1 của dạy học Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế cho sinh viên đại học theo mô hình lớp học đảo ngược

Theo Talbert (2021), giai đoạn 1 của mô hình LHĐN là dạy học trên không gian trực tuyến, gồm 4 bước (DEPF): 1) Documentation (tài liệu): GV đưa toàn bộ tài liệu học tập lên không gian trực tuyến, bao gồm: đề cương môn học, giáo trình môn học, bài giảng các hướng dẫn SV sử dụng các tài liệu học tập để tự học và tổ chức học tập theo nhóm; 2) Exercise (bài tập): GV đặt câu hỏi, bài tập theo hướng “cá biệt hóa” quá trình dạy học ở mỗi đơn vị kiến thức và phần tổng hợp kiến thức trên không gian trực tuyến; 3) Practice (thực hành): GV yêu cầu tất cả SV trả lời các câu hỏi, làm các bài tập, khuyến khích SV phát triển và sáng tạo kiến thức theo cá nhân và theo nhóm; 4) Feedback (phản hồi): GV theo dõi và phản hồi cho SV trên không gian trực tuyến.

Vận dụng các bước này trong dạy học Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế cho SV ĐH như sau:

Bước 1: GV đưa toàn bộ tài liệu học tập lên hệ thống E-learning. Bao gồm

- Ý nghĩa của đạo hàm trong phân tích kinh tế: xét mô hình hàm số $y = f(x)$. Trong đó, x và y là các biến số kinh tế (ta coi biến độc lập x là biến số đầu vào và biến phụ thuộc y là biến số đầu ra). Trong kinh tế học, người ta quan tâm đến xu hướng biến thiên của biến phụ thuộc y tại một điểm x_0 khi biến độc lập x thay đổi một lượng

nhỏ. Chẳng hạn, khi xét mô hình hàm sản xuất $Q=f(L)$, người ta thường quan tâm đến số lượng sản phẩm hiện vật tăng thêm khi sử dụng thêm một đơn vị lao động. Theo định nghĩa đạo hàm:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Khi Δx có giá trị tuyệt đối đủ nhỏ ta có:

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \approx f'(x_0)$$

$$\Rightarrow \Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0) \cdot \Delta x$$

Khi $\Delta x=1$, ta có $\Delta y \approx f'(x_0) \cdot \Delta x$. Như vậy, đạo hàm $f'(x_0)$ biểu diễn xấp xỉ lượng thay đổi giá trị của biến phụ thuộc y khi biến độc lập x tăng thêm một đơn vị. Khi xét mô hình $y=f(x)$ biểu diễn ảnh hưởng của biến số kinh tế x đối với biến số kinh tế y , các nhà kinh tế gọi là giá trị y – cận biên của x tại điểm x_0 . Ký hiệu $My=f'(x)$ được gọi là hàm cận biên.

- Hàm cận biên của một số hàm kinh tế: Trong phân tích kinh tế người ta phải xem xét các đại lượng như là: lượng cung, lượng cầu, giá, tổng chi phí, tổng doanh thu, lượng lao động, lượng vốn... và để cho tiện người ta sử dụng các chữ cái đầu của từ tiếng Anh tương ứng để gọi tên biến số biểu thị đại lượng đó. Theo Nguyễn Thị Nga (2016), các biến kinh tế thường dùng được trình bày trong Bảng 1. Mỗi hàm cận biên đều được trình bày theo cấu trúc thống nhất: cơ sở lý thuyết, công thức xác định hàm; ví dụ mẫu; bài tập luyện tập.

Bảng 1. Các biến kinh tế thường dùng

Tên tiếng Việt	Tên tiếng Anh	Biến kinh tế
Lượng cung	Quantity Supplied	Qs
Lượng cầu	Quantity Demanded	Qd
Giá hàng hóa	Price	P
Lượng tiêu dùng	Consumption	C
Tổng chi phí	Total Cost	TC
Tổng doanh thu	Total Revenue	TR
Tổng lợi nhuận	Total Profit	TP(π)
Lượng vốn	Capital	K
Lượng lao động	Labour	L
Chi phí cố định	Fix Cost	FC
Chi phí biến đổi	Variable Cost	VC
Tiết kiệm	Saving	S
Thu nhập	Income	Y
Lợi ích	Utility	U

+ Hàm cận biên của hàm sản xuất: Đối với mô hình hàm sản xuất $Q=f(L)$ thì $f'(L_0)$ được gọi là sản phẩm hiện vật cận biên của lao động tại điểm L_0 . Sản phẩm hiện vật cận biên của lao động được ký hiệu là MPPL (Marginal physical product of labor): $MPP_L=f'(L)$. Tại mỗi điểm L , MPP_L cho biết xấp xỉ lượng sản phẩm hiện vật gia tăng khi sử dụng thêm một đơn vị lao động.

+ Hàm cận biên của hàm doanh thu: $TR=TR(Q)$ là $MR=TR'(Q)$.

+ Hàm cận biên của hàm chi phí: $TC=TC(Q)$ là $MC=TC'(Q)$.

+ Hàm cận biên của hàm tiêu dùng: $C=C(Y)$ là $MPC=C'(Y)$.

+ Hàm cận biên của hàm tiết kiệm: $S=S(Y)$ là $MPS=S'(Y)$.

+ Hàm lợi nhuận: $P=P(Q)$ là $MP=TP'(Q)$.

- Đạo hàm và hệ số co giãn: Cho hàm số $y=f(x)$ với x, y là các biến kinh tế; gọi x_0 là một điểm thuộc tập xác định của hàm số. Giá trị $\varepsilon_{xy}(x_0) = \frac{y'(x_0)}{y(x_0)} \cdot x_0$ được gọi là hệ số co giãn của y theo x tại x_0 .

- Đạo hàm cấp hai và quy luật lợi ích cận biên giảm dần: Xét mô hình $y=f(x)$, trong đó y là biến số biểu diễn lợi ích (chẳng hạn như thu nhập, doanh thu, lợi nhuận...) và x là biến số mô tả yếu tố đem lại lợi ích y . Quy luật lợi ích cận biên giảm dần (the Law of diminishing returns) nói rằng khi x càng lớn thì giá trị y cận biên càng nhỏ, tức $My=f'(x)$ là hàm số đơn điệu giảm (ít nhất theo nghĩa rộng). Dưới giác độ Toán học, điều kiện để My giảm dần theo x là $(My)'=f''(x)<0$. Như vậy, điều kiện $f''(x)<0$ là biểu thị Toán học của quy luật lợi ích cận biên giảm dần.

Bước 2: GV đặt câu hỏi, bài tập trên hệ thống E-learning

Một số bài tập bổ sung:

1) Cho hàm tổng chi phí $C(Q)=0,1Q^2+0,3Q+100$ ($Q \geq 0$). Tìm hàm chi phí biên $MC(Q)$. Tính chi phí biên tại mức sản lượng $Q=120$ và giải thích ý nghĩa kết quả nhận được;

2) Cho hàm chi tiêu $C(Y)=aY+b$ ($0 < a < 1, b > 0, Y \geq 0$). Tìm hàm xu hướng tiêu dùng cận biên $MPC(Y)$. Cho biết ý nghĩa kinh tế của hệ số a trong biểu thức hàm số đã cho.

Bước 3: GV yêu cầu tất cả SV làm tất cả các bài luyện tập

Bước 4: GV theo dõi các phản hồi của SV trong quá trình giải các bài luyện tập

2.2. Giai đoạn 2 của dạy học Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế cho sinh viên đại học theo mô hình lớp học đảo ngược

Theo Talbert (2021), giai đoạn 2 của mô hình LHDN là dạy học trên lớp, gồm 4 bước (SLKT):

1) Summary (tổng kết): GV tổng kết những ý kiến phản hồi của SV trên không gian trực tuyến, kiểm tra thu hoạch của sinh viên bằng bài kiểm tra ngắn (Pre-test); 2) Lecture (giảng bài): giảng viên lên lớp rà soát nội dung bài giảng giải đáp thắc mắc, giải thích các vấn đề mà sinh viên còn gặp khó khăn - giảng, giải các nội dung khó của bài học; 3) Knowledge development (phát triển kiến thức): giảng viên hướng dẫn sinh viên cách thức phát triển, nâng cao các kiến thức đã nghiên cứu; chỉ ra các cách thức hoạt động sáng tạo trên các kiến thức đó; 4) Test your knowledge (kiểm tra kiến thức đã học): giảng viên ra bài kiểm tra ngắn, để đánh giá kết quả lĩnh hội kiến thức của sinh viên.

Vận dụng các bước này trong dạy học Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế cho SV ĐH như sau:

Bước 1: GV tổng kết những ý kiến phản hồi của SV trên trang hệ thống E-learning, kiểm tra thu hoạch của SV bằng bài kiểm tra

Bài kiểm tra pre-test:

1) Giải thích ý nghĩa của giá trị cận biên. Cho ví dụ;

2) Giải thích ý nghĩa của đạo hàm và hệ số co giãn. Cho ví dụ;

3) Cho hàm tổng chi phí $C(Q)=5Q^2+0,2Q+300$ ($Q \geq 0$).

Hàm này có tuân theo Quy luật lợi ích cận biên giảm dần hay không?

Bước 2: GV lên lớp rà soát nội dung bài giảng giải đáp thắc mắc, giải thích các vấn đề mà SV còn gặp khó khăn.

Vấn đề khó khăn mà SV gặp phải khi tự học chủ đề này là vấn đề hệ số co giãn. Giải quyết vấn đề này bằng hai cách.

1) Giải thích ý nghĩa của hệ số co giãn: thị trường hàng hóa có biến động gì không nếu giá một loại hàng hóa tăng thêm 5000 đồng? Câu trả lời là không, nếu đây là xe máy SH, nhưng nếu đây là mức tăng của 1 lít xăng thì biến động này là rất lớn. Vấn đề không phải là số tiền tăng thêm và trị giá của hàng hóa cần mua.

Đánh giá mức độ phản ứng của người tiêu dùng và nhà sản xuất trước sự thay đổi của thị trường, người ta đưa ra khái niệm hệ số co giãn như sau:

$$\varepsilon'_x(x_0) = \frac{x_0}{f(x_0)} \cdot f'(x_0)$$

2) Xét khái niệm hệ số co giãn trong trường hợp riêng: hệ số co giãn của cầu theo giá và hệ số co giãn của cung theo giá. Hệ số co giãn của cầu theo giá (tính ở mỗi mức giá) là số đo lường thay đổi theo % của lượng cầu khi giá tăng 1%. Hệ số co giãn của hàm cầu $Q_d=D(p)$ theo giá tại điểm p được tính theo công thức $\varepsilon_p^D = D'(p) \cdot \frac{p}{Q_d}$. Hệ số co giãn của cung theo giá (tính ở mỗi mức giá) là số đo lường thay đổi theo % của lượng cung khi giá

tăng 1%. Hệ số co giãn của hàm cung $Q_s=S(p)$ theo giá tại điểm p được tính theo công thức:

$$\varepsilon_p^S = S'(p) \cdot \frac{p}{Q_s}$$

Bước 3: GV hướng dẫn SV cách thức phát triển, nâng cao các kiến thức về đạo hàm và hàm cận biên và chỉ ra các cách thức hoạt động sáng tạo trên các kiến thức đó

1) Phân tích mối quan hệ giữa hàm bình quân và hàm cận biên: Cho hàm số $y=f(x)$ với x, y là các biến số kinh tế. Hàm số $Ay = \frac{y}{x} (x > 0)$ được gọi là hàm bình quân. Ta có:

$$\left(\frac{y}{x}\right)' = \frac{y' - \frac{y}{x}}{x} = \frac{My - Ay}{x} (x > 0)$$

Do đó, trong khoảng hàm bình quân tăng thì $My > Ay$ (đường cận biên nằm trên đường bình quân). Trong khoảng hàm bình quân giảm thì $My < Ay$ (đường cận biên nằm dưới đường bình quân). Tại điểm hàm bình quân đạt cực trị thì $My - Ay = 0$ suy ra $My = Ay$ (đường cận biên gặp đường bình quân điểm đường bình quân đạt cực trị).

2) Sự lựa chọn tối ưu trong kinh tế: Trong lĩnh vực hoạt động kinh tế việc ra quyết định luôn gắn liền với việc tối ưu hóa một hàm mục tiêu $y=f(x)$. Bài toán đặt ra là: Lựa chọn x để y đạt giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất. Đối với một doanh nghiệp sản xuất, mục tiêu thường được đặt ra là tối đa hóa lợi nhuận.

a) Tối đa hóa lợi nhuận: Giả sử doanh nghiệp có hàm tổng chi phí $TC(Q)$ và hàm tổng doanh thu $TR(Q)$. Tổng lợi nhuận của doanh nghiệp là hàm số: $\pi = TR(Q) - TC(Q)$. Bài toán đặt ra là: chọn mức sản lượng Q_0 để thu lợi nhuận tối đa. Điều kiện cần để π đạt cực đại tại điểm Q_0 là: $\pi' = TR'(Q_0) - TC'(Q_0) = 0 \Leftrightarrow TR'(Q_0) = TC'(Q_0) \Leftrightarrow MR = MC$

Bằng ngôn ngữ kinh tế học, điều kiện cần để đạt lợi nhuận tối đa là: doanh thu cận biên bằng chi phí cận biên.

Tại điểm mà $MR = MC$, điều kiện đủ để π đạt cực đại là: $\pi'' = TR'' - TC'' < 0 \Leftrightarrow TR'' < TC''$

b) Tối đa hóa sản lượng, tối đa hóa doanh thu

c) Tối thiểu hóa chi phí: Các bài tập ở giai

đoạn này không chỉ luyện tập mà còn luyện tập phát triển, hướng tới sáng tạo. Mỗi bài tập luyện tập phát triển “chứa” cấu trúc ví dụ và luyện tập như là bộ phận của nó. Sinh viên phải có kỹ năng “nhìn thấy” cấu trúc của bài tập luyện tập phát triển khi làm bài tập này.

Bước 4: GV ra bài kiểm tra ngắn, để đánh giá kết quả lĩnh hội kiến thức của SV

Bài kiểm tra post-test:

1) Cho hàm tiêu dùng $C(Q) = 3Q^2 + 7Q + 27$ ($Q \geq 0$). Hãy phân tích mối quan hệ giữa hàm tiêu dùng bình quân $AC(Q)$ và hàm tiêu dùng biên $MC(Q)$;

2) Cho hàm sản xuất $q = 30L^{\frac{1}{3}}$ ($L > 0$). Tại mức sử dụng lao động bất kì, nếu lao động tăng 10% thì sản lượng thay đổi bao nhiêu %? Nếu biết giá sản phẩm là $p = \$4$ và giá thuê 1 đơn vị lao động là $\$2$. Hãy xác định mức sử dụng lao động để lợi nhuận thu được là tối đa?

3) Cho biến hàm chi phí là:

$C(Q) = 4Q^3 + 5Q^2 + 500$ ($Q \geq 0$) và hàm cầu đảo là $Q = 11160 - p$. Hãy xác định mức sản lượng Q cho lợi nhuận cực đại.

III. KẾT LUẬN

Khi dạy học Toán cao cấp nói chung và Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế nói chung, SV thường phụ thuộc vào GV để tiếp thu kiến thức. Ngược lại, mô hình LHĐN được áp dụng trong dạy học trên hệ thống E-learning có thể giúp SV chủ động hơn trong việc học. Mô hình này bao gồm hai giai đoạn và tám bước thực hiện, cho phép SV học tập tiện lợi, giúp SV nghiên cứu, phát triển và sáng tạo hơn.

Với nội dung Toán đạo hàm trong phân tích kinh tế, mô hình LHĐN không chỉ khắc phục những hạn chế của phương pháp dạy học truyền thống mà còn thúc đẩy sự tích cực trong hoạt động học tập và nghiên cứu của SV, giúp nâng cao kết quả học tập lên các mức độ phân tích, đánh giá và sáng tạo. Để đạt hiệu quả cao với mô hình này, GV cần phải đầu tư nhiều hơn vào việc tái cấu trúc nội dung dạy học và khai thác tốt các tài nguyên trong môi trường E-learning.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Nguyễn Thị Nga (2016), *Giáo trình Toán cao cấp và ứng dụng trong kinh tế*, Nxb Dân trí.
- Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2005), *Fundamental methods of mathematical economics*, McGraw-Hill Education.
- Davies, R. S., Dean, D. L., & Ball, N. (2013), *Flipping the classroom and instructional technology integration in a college-level information systems spreadsheet course*, *Educational Technology Research and Development*, 61(4), 563-580.
- Seery, M. K. (2015), *Flipped learning in higher education chemistry: Emerging trends and potential directions*, *Chemistry Education Research and Practice*, 16(4), 758-768.
- Talbert, R. (2021), *Giờ học đảo ngược – Hướng dẫn cho cơ sở giáo dục đại học*, Nxb Đại học Sư phạm.
- Zainuddin, Z., & Halili, S. H. (2016), *Flipped classroom research and trends from different fields of study*, *International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 17(3), 313-340.